УДК 519.86
ББК 65.23

Е. С. Чернова
аспирант, ассистент кафедры математической кибернетики
ГОУ ВПО «Кемеровский государственный университет»,
г. Кемерово
webmaster@kemsu.ru

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЕЧНОГО СОСТОЯНИЯ РЕГИОНА КАК ЦЕЛЕВОЙ ТОЧКИ УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОГО ПОДХОДА

В статье рассматриваются вопросы исследования проблемы устойчивого развития региона методами математического моделирования. При помощи теоретико-игрового подхода разработана методика нахождения целевой точки устойчивого развития, т.е. планируемого конечного состояния региона.

Ключевые слова: математическое моделирование, теория игр, оптимальное управление, конечное состояние региона.

E. S. Chernova
post-graduate student, assistant lecturer of the Department of Mathematical Cybernetics,
Kemerovo State University,
Kemerovo

DETERMINATION PRINCIPLES OF REGION FINITE STATE AS A TARGET POINT OF SUSTAINABLE DEVELOPMENT USING GAME-THEORETICAL APPROACH

The article is devoted to the questions concerning problems of sustainable regional development research with the help of mathematical modeling methods. Principles of target point (intended finite state of region) finding are developed using game-theoretical approach.

Keywords: mathematical modeling, game theory, optimal control, finite state of region.

В настоящее время, в связи с отсутствием общего систематизированного подхода к изучению проблематики устойчивого развития как нового обширного направления человеческой деятельности, в основу методологии исследования этой глобальной задачи может быть положено математическое моделирование как способ научного познания, позволяющий охватить все его аспекты и представить результаты в наиболее объективном ракурсе.

Прежде всего, математическая модель устойчивого развития должна отвечать триединой концепции, т.е. включать модели отдельных секторов: социального, экономического и экологического, причем они не могут рассматриваться обособленно друг от друга. Еще одним свойством модели может быть выделено такое требование, как управляемость, которое даст возможность поиска оптимальных путей развития общества на математической основе теории оптимальных процессов с эффективными алгоритмами поиска управляющих функций.

Кроме того, развитие такой сложной системы, как человеческое общество, более уместно будет представить как стремление оптимизировать векторный критерий, а в качестве основных принципов процесса устойчивого развития рассматривать сбалансированность и состоятельность во времени траектории триады «экология-экономика-социология», то есть принципы оптимального (в том или ином смысле) поведения общества, принятые в начальный момент времени (в начальном состоянии системы), должны оставаться таковыми постоянно при движении вдоль выбранной траектории (выбранного сценария развития) системы вплоть до конечного момента времени, то есть до прихода системы в предопределенное конечное состояние[1].

Важным аспектом исследования данной проблемы является изучение области управляемости – тех точек фазового пространства, из которых система может быть приведена в заданное состояние с помощью допустимых управлений, т.к. для того чтобы составлять программу перехода общества к устойчивому развитию, необходимо сначала привести систему в то начальное положение, из которого она может быть переведена в заданное терминальное множество.

Для управления процессом перехода к устойчивому развитию и оценки эффективности используемых средств следует устанавливать целевые ориентиры и ограничения с обеспечением процедуры контроля за их достижением[2]. В состав целевых параметров устойчивого развития необходимо включать характеристики состояния окружающей среды, хозяйства и населения. Поэтому наряду с задачей поиска начального состояния системы, возникает также задача определения целевой точки устойчивого развития, рассматриваемая в данном докладе.

Принимая во внимание содержательный смысл устойчивого развития, под фазовым состоянием региона будем понимать вектор (x^1, x^2, x^3), где x^1 – совокупность данных, характеризующих экономику региона, x^2 – состояние окружающей среды, x^3 – социальное состояние региона. Пусть каждая из трех перечисленных сфер снабжена своими «рулями управления»: (u^1, u^2, u^3), отражающими финансовое, законодательное и другие способы воздействия.

В рассматриваемой в докладе модели взаимосвязь между тремя сферами деятельности в регионе будет отражаться наличием параметров α_{ij} (с учетом равенства $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$).

Предположим, что экспертным путем при помощи статистических данных выявлены аналитические виды функций f_1, f_2, f_3, отражающих зависимости фазовых состояний трех подсистем от управляющих параметров. Обозначим через F_1, F_2, F_3 критерии качества, количественно оценивающие степень достижения цели управления тремя сферами развития региона.

Тогда абстрактную модель устойчивого развития региона можно представить следующим образом[3]:

$$\begin{cases} x_1(t) = f_1(x_1(t-1), u_1(t), \alpha_{12}, \alpha_{13}), \\ x_2(t) = f_2(x_2(t-1), u_2(t), \alpha_{21}, \alpha_{23}), \\ x_3(t) = f_3(x_3(t-1), u_3(t), \alpha_{31}, \alpha_{32}), \end{cases} \tag{1}$$

$$t = 1,2,...,T,$$

$$x_1(0) = x_1^0,\ x_2(0) = x_2^0,\ x_3(0) = x_3^0, \tag{2}$$

$$u_1(t) \in U_1^t,\ u_2(t) \in U_2^t,\ u_3(t) \in U_3^t,\ t = 1,2,...,T, \tag{3}$$

$$x_1(T) = x_1^T,\ x_2(T) = x_2^T,\ x_3(T) = x_3^T, \tag{4}$$

$$\begin{cases} F_1(x_1^0, u_1(\cdot), \alpha_{12}, \alpha_{13}) \to \max(\min), \\ F_2(x_2^0, u_2(\cdot), \alpha_{21}, \alpha_{23}) \to \max(\min), \\ F_3(x_3^0, u_3(\cdot), \alpha_{31}, \alpha_{32}) \to \max(\min). \end{cases} \tag{5}$$

Полученная модель является дискретной задачей оптимального управления со многими критериями качества.

Предположим для простоты, что развитие секторов в каждый год $t \in [0, T]$ происходит пропорционально вкладываемому капиталу, т.е. если U_i^t – капиталовложение, направляемое в год t на развитие сектора i, то имеет место соотношение:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + a_i^t u_i(t),\ t = 1,2,...,T.$$

С помощью теоретико-игрового подхода, который применим для учета зависимостей секторов региона друг от друга, определим конечное состояние x^T как целевую точку устойчивого развития региона. Пусть вектор $x^T = (x_1^T, x_2^T, x_3^T)$ представлен в виде $x^T = z^T + y^T$, где z^T – вектор, идущий на нужды населения, y^T – вектор, идущий на хозяйственное (y_1^T), природное (y_2^T) и социальное (y_3^T) воспроизводство. Пусть аналогично $x_i(t) = z_i(t) + y_i(t)$, $i = 1,2,3$. В каждый год t между секторами должны выполняться балансовые соотношения вида:

$$\sum_{i=1}^{3} b_{ij}(z_i(t) + y_i(t)) = y_j(t),\ j = 1,2,3. \qquad (6)$$

где b_{ij} – технологические коэффициенты.

Обозначим через N множество всех секторов региона. Пусть $S \subset N$. Определим $\overline{V}(S; x(t), t)$ как некоторую долю капитала, которая должна быть выделена группе секторов из множества S в предположении, что данное множества «работает» только в интересах оставшихся секторов из множества $N \setminus S$, т.е. это та доля капитала, которую необходимо выделить группе секторов из S с целью сохранения балансовых соотношений (6). Пусть вектор $x(t) = z(t) + y(t)$ удовлетворяет уравнениям (6), тогда план распределения капиталовложений в год t, $0 \le t \le T$, $u(t) = \{u_i(t)\}$, $u_i(t) \ge 0$, $\sum_{i=1}^{3} u_i(t) = s(t)$, будем называть допустимым, если состояния сектора $x_i(t+1)$, $i = 1,2,3$, также удовлетворяют балансовым соотношениям (6). Если план $u(t)$ удовлетворяет (6) при всех t, $0 \le t \le T$, то он называется допустимым планом распределения капиталовложений. Пусть

$$\overline{V}(S; x(t), t) = \min_{u(t') \in U} \sum_{t \le t' \le T} \sum_{i \in S} u_i(t'),$$

т.е. $\overline{V}(S; x(t), t)$ – минимальная доля капитала, выделяемая на период длительного планирования, начиная с момента t, группе секторов из S при наименее благоприятном для этой группы способе развития остальных секторов. Обозначим через σ некоторое разбиение множества S $\left(\sigma = (S_1', S_2', S_3'), S_i' \cap S_j' = \varnothing, \bigcup_{i=1}^{3} S_i' = S\right)$ и рассмотрим выражение

$$\sup_{\sigma} \sum_{S' \in \sigma} \overline{V}(S'; x(t), t) = V(S; x(t), t).$$

Построенная функция V монотонна по включению и может служить основой для построения характеристической функции. Очевидно, $V(N; x(t_0), t_0) = K$, где $K = \sum_{t=0}^{T-1} s(t)$. Построенная функция является супераддитивной, т.е. справедливо соотношение:

$$V(S_1 \cup S_2; x(t), t) \ge V(S_1; x(t), t) + V(S_2; x(t), t),\ S_1 \cap S_2 = \varnothing,\ S_1, S_2 \subset N,$$

$$V(N; x(t), t) = K - \sum_{t \le t' \le T} S(t').$$

Таким образом, она является аналогом характеристической функции игры трех лиц, в которой игроками выступают различные секторы региона, а выигрышами – капиталовложения, направляемые на развитие этого сектора на весь период длительного планирования и сбалансированные согласно уравнениям (6). Теперь для определения оптимального распределения капиталовложений по секторам на весь период длительного планирования можем воспользоваться любым из принципов оптимальности из теории игр. Возьмем в качестве такого принципа ядро игры. Согласно нему распределение капиталовложений $\theta^t = (\theta_1^t, \theta_2^t, \theta_3^t)$ будем называть оптимальным в год t относительно состояния секторов $(x(t), t)$, если для всех $S \subset N$ имеет место условие:

$$\sum_{i \in S} \theta_i^t \geq V(S; x(t), t), \ \sum_{i \in N} \theta_i^t = V(N; x(t), t) \ \left(\sum_{i \in N} \theta_i^0 = V(N; x(t_0), t_0) = K \right).$$

Однако распределение капиталовложений θ^t может оказаться недопустимым в том смысле, что состояние секторов, в которое попадает регион после реализации капиталовложений θ^t

$$x_i = x_i(t) + a_i^t \theta_i^t \qquad (7)$$

не будет сбалансированным (т.е. не будет удовлетворять (6)). Если допустимое оптимальное распределение капиталовложений существует, то нормативный уровень развития секторов, рассчитанный на конец периода длительного планирования, можно определить по формуле (7).

Примечания

[1] Данилов, Н.Н. Устойчивое развитие: методология математических исследований / Н.Н. Данилов // Вестник КемГУ. Математика. – Кемерово. – 2000. – вып.4. – с. 5-15.

[2] Андрианов, В.Д. Россия в мировой экономике. Учеб. пособие для студ. высш. учеб. Заведений / В.Д. Андрианов. - М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2002. – 296 с.

[3] Факторы устойчивого развития регионов России: монография / О.О. Ардасова, С.К. Волков, Н.Н. Данилов и др. / Под общ. ред. С.С. Чернова. – Книга 2. – Новосибирск: WHYC - Изд-во "СИБ-ПРИНТ", 2008. – 341 с.